



# **SOMMAIRE**

1. La comète de Halley	3
2. Modéliser une balle	4
3. Modéliser un rocher	5
4. SICONOS 4.1. MODÉLISATION STATISTIQUE	<b>7</b>
5. Systèmes non-lisse	9

# 1. La comète de Halley

Une des grandes forces de l'informatique est sa capacité de modélisation : la possibilité qu'elle offre de définir les règles d'un monde, et de calculer comment il va changer au fil du temps. En créant un espace virtuel commandé par les lois de la gravité, et en y plaçant les planètes telles que nous les connaissons, un ordinateur est capable de calculer très précisément leurs trajectoires. Plus nos connaissances des lois et des caractéristiques de notre système sont précises, plus notre modélisation est fiable.

#### Prenons un exemple : la Comète de Halley

La comète de Halley est un corps céleste en mouvement dans notre système solaire, constituée de glace et de poussière. Lorsqu'elle s'approche suffisamment de la Terre, comme ça a été le cas pour la dernière fois en 1986, elle peut être vue et admirée à l'œil nu. La science moderne nous permet de savoir que son prochain passage aura lieu en 2061, plus exactement le 28 juillet, celleci frôlant la terre tous les 76 ans, pour le plus grand plaisir des astronomes.

Mais quand la comète de Halley passe au-dessus de la Terre en 1759, elle déclenche bien plus que des regards admiratifs. Car c'est alors la première fois que son passage a pu être prévu au mois près grâces aux travaux et aux calculs d'Isaac Newton et de Edmond Halley. Les théories de Newton sur la gravité et le mouvement des corps célestes sont alors très controversés, et l'apparition de la comète à la date prévue valide définitivement l'ensemble des découvertes du scientifique anglais.

Edmond Halley avait calculé le passage de la comète dès 1705, à partir des paramètres connus de la comète, de ses passages précèdent, et en utilisant les lois mathématiques de Newton.



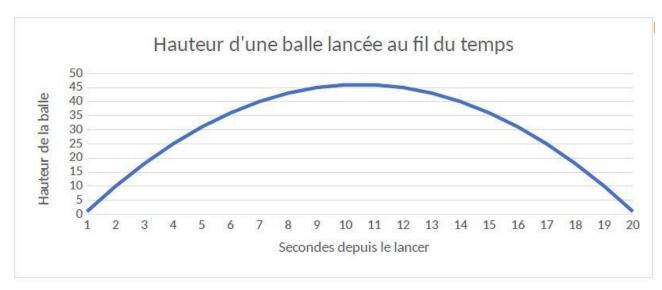
Aujourd'hui, la précision de nos calculs a énormément augmenté : nous connaissons en permanence la position exacte de la comète de Halley, qui avait à l'époque fait une estimation « au mois près ».

C'est la force de la physique associée aux mathématiques : une fois un système connu et mis en équations, il devient possible de connaître l'état de ce système et de ses composants à tout instant. Qu'ils s'agissent du système solaire et de ses planètes, d'un océan et de ses différents courants, d'une cafetière ou d'une balle rebondissante. Si nous connaîssons l'ensemble des lois qui déterminent ce système, si nous en connaîssons tous les paramètres de départ, et si nous avons la puissance de calcul suffisante, nous pouvons modéliser ce système, et calculer son évolution au fil du temps.

Prédire un état initial à partir d'un état passé est d'une utilité fantastique, et c'est donc l'objectif de nombreux scientifiques, dans le monde et au sein d'INRIA.

## 2. Modéliser une balle

La modélisation physique nous permet par exemple de connaître à l'avance la trajectoire d'une balle lancée dans les airs. En connaîssant le poids de la balle, la force avec laquelle elle est lancée, la résistance de l'air, et la loi de la gravité, il est possible de calculer sa hauteur au fil du temps, et d'en dessiner un graphique.



Ce graphique nous permet ainsi de savoir quelle est la hauteur maximale que la balle peut atteindre, et nous permet, par exemple, de construire le toit d'un stade suffisamment haut pour que les balles des joueurs ne puissent l'atteindre.

On pourrait cependant remarquer que ce graphique est incomplet : la balle n'arrêtera pas sa course en touchant le sol, elle va rebondir ou rouler. Pour modéliser fidèlement la réalité, il nous faudrait donc ajouter des paramètres : l'élasticité de la balle, la dureté du sol, etc, et des équations décrivant le rebond de la balle.

## 2.1. LA QUESTION

Tout dépend du but de la modélisation, de la question à laquelle nous cherchons une réponse. Si nous souhaitons savoir quelle est la hauteur maximum atteinte par notre lancé, la première équation est suffisante : nous savons que la balle ne pourra rebondir plus haut que son premier lancé.

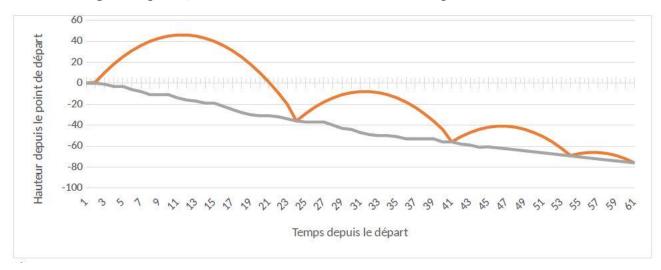
Ainsi le but d'une modélisation influence-t-il la méthode de calcul utilisée, pour trouver une réponse, non pas absolue, mais jugée « suffisamment fiable ».

La question influe aussi sur le niveau de détail de la simulation : malgré les progrès de la science, la modélisation reste un domaine où la précision parfaite est un mythe. En effet celle-ci dépend de la précision de nos paramètres : avec quel degré de détail connaissons-nous la force exercée sur le ballon, le poids de celui-ci, ou la densité de l'air ? Chaque minuscule approximation dans les paramètres et les calculs de notre modélisation viennent influer sur le résultat final, et le rendent approximatif.

Mais modéliser le rebond d'un objet est parfois nécessaire.

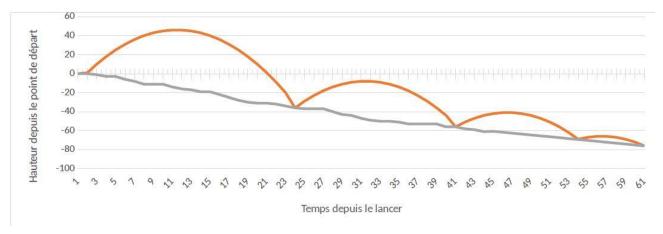
## 3. Modéliser un rocher

Changeons d'exemple pour aborder un cas plus concret : la construction en haute montagne. Dans ces territoires sujets aux chutes de pierre, la modélisation doit intervenir pour assurer la sécurité des habitations. Il ne s'agit plus de calculer la trajectoire d'une balle, mais celle d'un rocher le long d'une pente, afin d'identifier les endroits sans risque.



S'agissant désormais de la distance parcourue par un objet, le rebond doit absolument être pris en compte :

Notre système ci-dessus représente ainsi bien plus fidèlement la réalité. La modélisation est plus longue, et calcule le rebond de notre bloc rocheux grâce à des paramètres dédiés : élasticité du sol, friabilité et forme du rocher, énergie cinétique résiduelle, etc.



Pour réaliser ce genre de modélisation, il est nécessaire d'utiliser plus d'une équation pour décrire la trajectoire de notre rocher. Au moment où le rocher touche la pente, une deuxième équation prend le relais de la première, en prenant en compte les nouveaux paramètres du rocher. A chaque « évènement », dans notre exemple à chaque fois que le rocher heurte la pente, une nouvelle équation doit être appliquée, en prenant en compte le contexte calculé par les étapes précédentes.

Ce système présente ainsi une particularité : C'est un système dit « non-lisse », c'est-à-dire dont la description ne peut être faite par une seule équation à appliquer quel que soit le contexte.

#### 3.1. LIMITES

Ainsi un système non-lisse, quel que soit son sujet, est « découpé » en plusieurs morceaux, séparés par des « évènements » marquant l'utilisation de fonctions différentes pour décrire l'évolution du système. C'est habituellement comme cela que l'on modélise un système non-lisse, en identifiant pour chacune de ces parties une équation permettant de la décrire, et en séparant les parties par des évènements, afin de savoir quelle équation utiliser à un moment donné.

#### Mais cela n'est possible que quand un système est très simple.

Car si nous poursuivons notre exemple de chute de rocher, ceux-ci ne sont jamais seuls. Parfois, des blocs de montagne entiers s'effondrent, et de nombreux rochers de différente taille dévalent la pente en s'entrechoquant les uns les autres. Dans ce cas, chaque impact est un évènement, car il apporte de nouvelles variables à l'équation, et change la trajectoire de plusieurs rochers. Il devient impossible de préparer une équation entre chaque évènement, car ceux-ci sont trop nombreux.

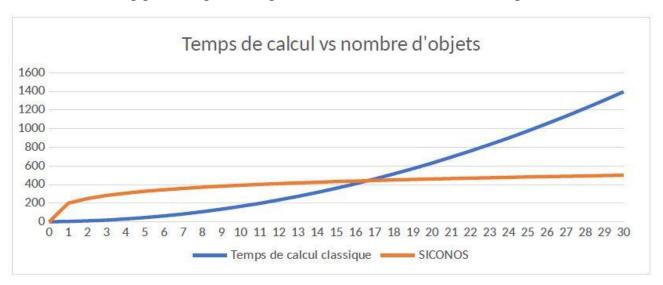
Le temps de calcul s'envole, et il devient impossible de modéliser convenablement le système.

### 4. SICONOS

C'est là qu'interviennent les travaux de l'équipe TRIPOP, sous la forme d'un logiciel de modélisation d'un genre différent : SICONOS.

Comme nous l'avons dit plus haut, les logiciels classiques décomposent un système en équations entrecoupées d'évènements, puis calculent chaque étape indépendamment, à l'aide d'équations spécifiques.

SICONOS, à l'inverse, choisi de ne pas découper le système à modéliser en morceaux, mais de considérer l'ensemble d'un seul bloc. Chaque loi, chaque paramètre, chaque relation entre objet est transformée en un seul gigantesque calcul à résoudre. Le résultat est infiniment plus complexe à résoudre qu'une équation classique, mais il est capable de gérer lui-même les évènements, et donc n'est plus limité par leur nombre. Il ne reste alors plus qu'à concevoir des solveurs eux aussi beaucoup plus complexes, capables de résoudre cette immense équation.



Ainsi, plus le nombre d'objets est importants, plus il est intéressant d'utiliser SICONOS.

Siconos est donc utilisé dans les très nombreux cas où l'on souhaite prévoir l'évolution d'un système non-lisse dans lequel de nombreux objets sont en mouvement.

## 4.1. MODÉLISATION STATISTIQUE

L'équipe travaille notamment avec l'entreprise Geolythe, basée à Voiron, qui produit un logicielmétier permettant d'évaluer les risques en montagne. Il est alors utilisé pour établir une carte statistique des risques de chute, évaluer la vitesse des blocs et étudier le comportement des moyens de protection.

La question est toujours la même : jusqu'où un bloc rocheux peut rouler ? Sauf que dans ce cas précis, une seule modélisation n'est pas suffisante, aussi précise soit-elle. Pour pouvoir construire des habitations, où des gens vont vivre, il est nécessaire d'être CERTAIN que des rochers ne pourront pas y tomber.

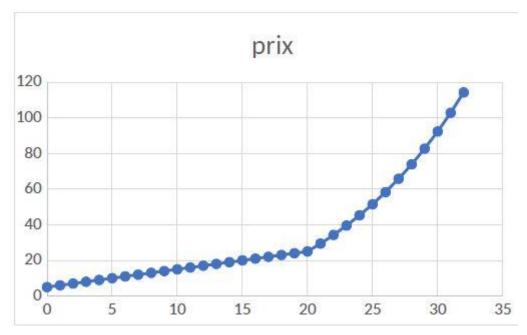
Pour s'en assure, SICONOS est utilisé dans le cadre d'une méthode statistique. En modélisant la pente montagneuse que l'on étudie, et reproduisant 100, 1000, 10 000 fois la chute de rochers à l'aide de

SICONOS, on peut observer où ils s'arrêtent les blocs la plupart des temps. SICONOS ne peut pas prédire avec une certitude absolue la trajectoire d'un bloc, mais il peut générer des cartes statistiques, pour identifier les zones les moins risquées.

Ces statistiques n'ont pas une portée absolue, mais couplées à d'autres analyses (géologique, historique, etc), elles permettent de réduire le risque à un minimum acceptable.

# 5. Systèmes non-lisse

Mais les exemples de systèmes non-lisse sont multiples, et ne concernent d'ailleurs pas que la physique. Ils peuvent également représenter des enjeux ou des situations, comme par exemple le prix de l'électricité aux Etats-Unis.



Aux Etats-Unis, la fourniture en électricité est assurée par de nombreux acteurs, certains publics, avec des prix fixes, d'autres privés, libres d'ajuster leurs prix comme ils l'entendent.

Tant que la demande est basse, les prix vont rester bas, car les opérateurs publics sont capables de répondre à eux seuls à la demande. Ils fournissent de l'électricité à un prix fixe, et les opérateurs privés sont forcés de s'aligner sur eux s'ils souhaitent vendre leur électricité.

Mais si la demande augmente trop, elle va excéder la capacité maximale des opérateurs publics. Les habitants seront alors forcés d'acheter leur électricité chez des privés. Ceux-ci, n'ayant plus à s'aligner sur les prix plafonnés des opérateurs publics, vont augmenter leurs prix, provoquant une hausse plus rapide du prix moyen de l'électricité.

On retrouve ici les propriétés d'un système non lisse : deux fonctions décrivant un système, séparées par un évènement qui fait passer le système d'un état à l'autre, d'une équation à l'autre.